

PROBLEMES AMB ENGINY

Assignatura:
Matemàtiques

La casa i el carnet.

El cas

La Guadalupe i l'Elies anaven despistats.

- Em penso que és aquella, la vermella.
- I com ens ho farem per entrar a una casa a aquestes hores, sense estar segurs que sigui aquesta?

Havien quedat amb un altre amic ben d'hora per anar-se'n d'excursió, però se'ls havia oblidat l'adreça i el telèfon del seu company, l'Àlvar, que -també era mala sort!- s'acabava de traslladar a un altre barri. El seu carrer estava format per 19 cases iguals. Quan estaven a punt de tirar la tovallola, la Guadalupe va dir:

- Ara me'n recordo: l'Àlvar, que és molt aficionat a aquestes coses, em va dir que al seu carrer el nombre de cases que hi ha abans de la seva, multiplicat pel nombre de cases que hi ha després, coincideix amb el número del seu carnet de la biblioteca, i que sabent aquest número de carnet podia saber el número de casa seva! Ves per on! Me'n recordo d'aquestes foteses però no pas del seu número, que també me'l va dir. I evidentment no tinc ni idea de quin és el maleït número de carnet...
- Doncs quin panorama que tenim, ara mateix.

Ara bé, només amb aquestes dades, i després de pensar durant una bona estona, van trobar la casa del seu amic. Com s'ho van fer?



Suggeriments didàctics

La suma del nombre de cases anteriors i el nombre de cases posteriors ha de ser el mateix en tots dos casos. Qualsevol nombre de cases que provem, com ara 3, donaria 2 cases anteriors i 16 de posteriors, amb un producte $2 \times 16 = 32$, que seria, en aquest cas, el número del carnet, però també en resultaria aquest número si la casa fos la 17, atès que aleshores n'hi hauria 16 abans i 2 després, i igualment seria $16 \times 2 = 32$. Així doncs, el número de la casa no pot ser ni el 3 ni el 17, ja que tots dos números donen com a resultat el mateix producte, i llavors no es podria decidir quin dels dos és. Cal tenir en compte que l'Àlvar va dir que amb aquestes dades es podia saber, exactament, el número de la casa, i això és una cosa que caldria recordar als alumnes que triguin a obtenir la solució.

Hi haurà solució si un dels productes és únic. Això només passa per a la casa número 10, ja que aleshores hi ha 9 cases abans i 9 després, i el producte $9 \times 9 = 81$ es únic. D'aquesta manera sabem, d'altra banda, que 81 es el número de carnet de biblioteca de l'Àlvar.

El problema, tal com es presenta a l'enunciat, pot presentar una certa dificultat. Podem suggerir als alumnes que no aconseguixin resoldre'l que facin servir l'estratègia de reduir el problema a un altre de més senzill, per exemple a un de 9 o 7 cases, o, si amb això no n'hi hagués prou, de 5 cases. Aquí els alumnes es poden plantejar estudiar els tres casos, un per un i descomptant que la casa fos la 1a o la 5a, atès que en tots dos casos donaria un número de carnet 0, cosa que no tindria cap sentit.

Aquí és fàcil de veure que si el número de carnet fos 3 hi hauria dues possibilitats per al número de la casa, i aleshores no es tindria la seguretat de quina de les dues és. Així doncs, l'únic número de carnet que dona una única possibilitat per a la casa és el 4, i, per tant, la casa és la 3a.

Quan fem el tempteig, per a 5 cases o per a 7... acostuma a aparèixer el problema més general de quan hi ha solució i quan no. Sempre hi ha alumnes que s'adonen que el problema només té solució per a un nombre imparell de cases, i si aquest és n la solució ve donada per la casa $(n - 1) / 2$.

Si aquesta qüestió no sorgeix durant el tempteig inicial, al final podem fer la pregunta:

- El problema sempre tindrà solució, sigui quin sigui el nombre de cases del carrer?

Als alumnes que no trobin la resposta se'ls pot demanar que s'inventin un problema igual però amb un nombre de cases diferent. Analitzant els números proposats veuran que, efectivament, tan sols hi ha solució si el nombre de cases és imparell.

Casa	N. de cases abans	N. de cases després	N. de carnet
2a	1	3	$1 \times 3 = 3$
3a	2	2	$2 \times 2 = 4$
4a	3	1	$3 \times 1 = 3$